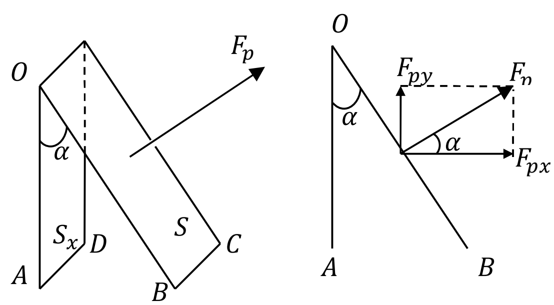
Barem Problema 2

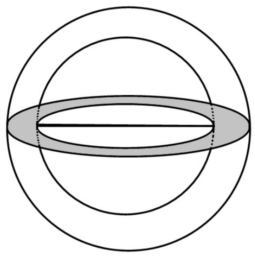
<table>
<tr><th></th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a)
Volumul interior al sferei este
$V = \frac{4\pi}{3}(R - \Delta h)^3$
$V_{aprox} = \frac{4\pi}{3}R^3$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Cantitatea de aer pompată în sferă la o cursă a pistonului pompei este
$\Delta\nu = \frac{HV_p}{RT}$</td><td>0.5</td><td rowspan="4">3.00</td></tr>
<tr><td>La fiecare cursă a pistonului, presiunea în sferă crește cu
$\Delta p = \frac{HV_p}{V}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>După N curse, presiunea în sferă va fi
$p = p_i + N \cdot \frac{HV_p}{V}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$N = \frac{(p_2 - p_i)\,V}{HV_p} = 48.26$
Presiunea va fi p_2 în timpul celei de-a 49-a curse.

(*) Dacă se aproximează volumul sferei cu V_{aprox} se obține 49.74, adică în timpul celei de-a 50-a curse. Dacă aproximația nu e justificată se acordă 50% din punctaj.
(*) Dacă numarul nu e rotunjit prin **adaos** se acordă 50% din punctaj.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>b)
Considerăm o suprafață S foarte mică de formă dreptunghiulară care face unghiul α cu un plan, asupra căreia acționează presiunea P.



Vrem să calculăm care este forța de presiune perpendiculară pe suprafața S_x care este proiecția suprafeței S pe un plan ce face unghiul α cu planul suprafeței S.
$F_p = p \cdot S = p \cdot OB \cdot BC = p \cdot \frac{OA}{\cos\alpha} \cdot AD = p \cdot \frac{S_x}{cos\alpha}$
$F_{px} = F_p cos\alpha = p \cdot S_x$
Deci componenta perpendiculară a forței de presiune pe un plan ce face unghiul α cu suprafața pe care acționează presiunea p este egală cu forța de presiune ce ar acționa asupra proiecției suprafeței S pe planul respectiv, adică $F_{px} = p \cdot S_x$.

(*) Simpla mențiune a unei afirmații asemănătoare cu $F_{px} = p \cdot S_x$, fără justificare ----> 0.5 din 1</td><td>1</td><td>3.00</td></tr>
</table>

în problema noastră suntem interesați de forța ce acționează asupra unei emisfere. Datorită simetriei, forța de presiune rezultantă ar fi perpendiculară pe suprafața colorată gri. Această forță, conform considerațiilor făcute este, ținând faptul că forța interioară acționează asupra suprafeței proiectate $S_{int} = \pi(r-\Delta h)^2$ și cea exterioară asupra suprafeței proiectate $S_{ext} = \pi r^2$.  $F_x = p \cdot \pi \cdot (r-\Delta h)^2 - H \cdot \pi \cdot r^2$ Efortul unitar resimțit de secțiunea sferei este $\sigma = \frac{F_x}{\pi(r^2-(r-\Delta h)^2)} = \frac{p\cdot(r-\Delta h)^2 - H\cdot r^2}{\Delta h\cdot(2r-\Delta h)}$	1	
Presiunea maximă permisă în sferă este cea care verifică relația $\sigma_{max} = \frac{p_{max}\cdot(r-\Delta h)^2 - H\cdot\pi}{\Delta h\cdot(2r-\Delta h)}$ De unde $p_{max} = \frac{\sigma_{max}\Delta h(2r-\Delta h)+Hr^2}{(r-\Delta h)^2}$ *(*) Dacă se aproximează $\Delta h \to 0$, se acordă punctajul întreg, doar dacă s-a menționat acest lucru. Altfel se acordă 0.25 din 0.5.*	0.5	
Ceea ce înseamnă că numarul maxim de pompări este $N_{max} = \frac{\frac{\sigma_{max}\Delta h(2r-\Delta h)+Hr^2}{(r-\Delta h)^2} - \mathrm{p_i}}{\frac{HV_p}{V}}$ *(*) Dacă se fac anumite aproximații se obține* $N_{aprox} = \frac{\sigma_{max}\cdot\frac{2\Delta h}{r} + H - p_i}{\frac{HV_p}{V}}$. Numărul maxim de pompări este, fără a face aproximații, $N_{\max\_exact}$ = 105.93 adica 105. (*) Dacă se face aproximații acceptabile, se obține 104.72, adică 104. (*) Dacă numărul final nu e rotunjit corespunzător prin **lipsă** se acordă 50% din puctaj. *(*) Se acordă punctajul pentru oricare din rezultate, indiferent dacă s-a menționat sau nu aproximația.*	0.5	
c) În timpul unui proces adiabatic, $p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = const$	0.5	
$p_{max}^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_0 = H^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_f$ $T_f = T_0 \cdot \left(\frac{p_{max}}{H}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$	0.5	

Energia rezultată totală rezultată în urma exploziei este W. $Q = W + \Delta U = 0$	0.5	**3.00**
$W = -\Delta U = -\nu \cdot C_v \cdot (T_f - T_0)$ $W = \nu \cdot \frac{R}{\gamma-1} \cdot T_0 \left(1 - \left(\frac{H}{p_{max}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$ $W = p_{max} \cdot V \cdot \frac{1}{\gamma-1}\left(1 - \left(\frac{H}{p_{max}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) =$	0.5	
Fiecare porțiune care are suprafața ΔS a sferei primește o fracțiune proporțională cu ΔS din energia rezultată imediat după explozie, ca energie cinetică. Masa unei astfel de porțiuni este $\Delta m = \rho_{sf} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (r^3 - (r - dh)^3)\frac{\Delta S}{4\pi r^2}$ $\Delta m_{aprox} = \rho \cdot \Delta h \Delta S$ (*) Energia cinetică a porțiunii Δm va fi: $\rho_{sf} \cdot \frac{4\pi}{3}(r^3 - (r - \Delta h)^3) \cdot \frac{\Delta S}{4\pi\, r^2} \cdot \frac{v_0^2}{2} = \frac{fW}{4\pi\, r^2}\Delta S$ De unde, viteza particulelor imediat după explozie este. $v_0 = \sqrt{\frac{f\,W}{\frac{2\pi}{3}(r^3-(r-\Delta h)^3)\rho_{sf}}}$ $v_{0aprox} = \sqrt{\frac{f \cdot W}{2\pi r^2 \Delta h \cdot \rho_{sf}}}$ Dacă nu se fac aproximații, $v_0 = 36.83\ m/s$, (*) Daca nu s-a justificat aproximatia $\Delta h \to 0$ pentru masa unei porțiuni de sferă se acordă 50% din punctaj. (*) Dacă se fac aproximații, se obține $v_{0\ aprox} = 36.42\ m/s$. Ambele rezultate primesc punctajul maxim, dacă s-a precizat aproximația pentru calculul Δm.	1	
OFICIU	1	**1**
TOTAL		**10**

Barem propus de Nastasia Alexandru-Lucian